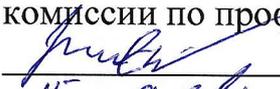


Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»
 В.Н. Деснянский
«15» февраля 2021 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2021-2022 УЧ. ГОД
Отборочный этап
9-10 классы

Задание №1

Сравните числа:

$$\sqrt{116 + \sqrt{2007}} - \sqrt{6 - \sqrt{27}} \text{ и } \sqrt{116 - \sqrt{2007}} + \sqrt{6 + \sqrt{27}}$$

В ответе написать 1, если первое число больше, 2 – если второе число больше и 0, если числа равны.

Задание №2

Один из школьников: Ваня, Петя, Вася или Игорь случайно разбил в классе стекло. На вопрос, кто это сделал, они дали противоречивые ответы:

Ваня: стекло разбил Вася

Петя: ни Ваня, ни Вася этого не делали

Вася: Петя стекло не разбивал

Игорь: это сделал Петя

Можно ли по этим ответам однозначно определить виновника, если солгать мог только он сам, а также не более чем один из остальных троих?

В ответе указать номер школьника, разбившего стекло, из перечисленных по порядку.

Задание №3

Найти сумму всех решений уравнения:

$$2^{-|x|} = \frac{1}{2\sqrt{2}} (|x + 1| + |x - 1|)$$

Задание №4

Известно, что $\cos x \cos y \cos z = a$, $\sin x \sin y \sin z = b$. Найти сумму $\cos 2x \cdot \cos 2y + \cos 2y \cdot \cos 2z + \cos 2x \cdot \cos 2z$, если $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{2}$

Задание №5

Решить в целых числах уравнение:

$$(2x + 1)^2 + (3y + 1)^2 = (6xy - 1)^2$$

В ответе указать сумму всех полученных решений (x, y)

Задание №6

В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведена высота CD . Радиус окружности, вписанной в $\triangle BCD$ равен 12, а периметр треугольника ACD равен 192. Найдите наименьшую сторону треугольника ABC .

Задание №7

В действительных числах решить систему:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 2007 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 209 \\ (x + y)(y + z)(x + z) = 456 \end{cases}$$

В ответе указать число различных решений системы.

Задание №8

Решите неравенство:

$$4x + 8\sqrt{2 - x^2} > 4 + (x^2 - x) \cdot 2^x + 2^{x+1} \cdot x\sqrt{2 - x^2}$$

В ответе указать наибольшее натуральное решение этого неравенства.