Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»
_____________ В.Н. Деснянский
«15» февраля 2021 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ» ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2021-2022 УЧ. ГОД
Отборочный этап
9-10 классы

Задание №1

Сравните числа:

$\sqrt{116+\sqrt{2007}}-\sqrt{6-\sqrt{27}}$ и $\sqrt{116-\sqrt{2007}}+\sqrt{6+\sqrt{27}}$

В ответе написать 1, если первое число больше, 2 – если второе число больше и 0, если числа равны.

Задание №2

Один из школьников: Ваня, Петя, Вася или Игорь случайно разбил в классе стекло. На вопрос, кто это сделал, они дали противоречивые ответы:

Ваня: стекло разбил Вася

Петя: ни Ваня, ни Вася этого не делали

Вася: Петя стекло не разбивал

Игорь: это сделал Петя

Можно ли по этим ответам однозначно определить виновника, если солгать мог только он сам, а также не более чем один из остальных троих?

В ответе указать номер школьника, разбившего стекло, из перечисленных по порядку.

Задание №3

Найти сумму всех решений уравнения:

$$2^{-|x|}=\frac{1}{2\sqrt{2}}(|x+1|+|x-1|)$$

Задание №4

Известно, что $\cos x \cos y \cos z = a$, $\sin x \sin y \sin z = b$. Найти сумму $\cos 2x \cdot \cos 2y + \cos 2y \cdot \cos 2z + \cos 2x \cdot \cos 2z$, если $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{2}$

Задание №5

Решить в целых числах уравнение:

$$(2x+1)^2 + (3y+1)^2 = (6xy-1)^2$$

В ответе указать сумму всех полученных решений (x, y)

Задание №6

В прямоугольном треугольнике *ABC* из вершины прямого угла *C* проведена высота *CD*. Радиус окружности, вписанной в ΔBCD равен 12, а периметр треугольника *ACD* равен 192. Найдите наименьшую сторону треугольника *ABC*.

Задание №7

В действительных числах решить систему:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 2007 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 209 \\ (x+y)(y+z)(x+z) = 456 \end{cases}$$

В ответе указать число различных решений системы.

Задание №8

Решите неравенство:

$$4x + 8\sqrt{2 - x^2} > 4 + (x^2 - x) \cdot 2^x + 2^{x+1} \cdot x\sqrt{2 - x^2}$$

В ответе указать наибольшее натуральное решение этого неравенства.